

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจคุณภาพของเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจคุณภาพของเครื่องมือ

1. ครูปาริชาติ ประสานสงค์

วุฒิการศึกษา : ระดับปริญญาตรี สาขาวัตผลและประเมินผล มหาวิทยาลัยทักษิณ วิทยาเขตสงขลา

ตำแหน่งปัจจุบัน : หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ระดับประถม) โรงเรียนจูงฮั่วโซะเซีย อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

2. ครูณรงค์ งามภาษีเจริญกุล

วุฒิการศึกษา : ระดับปริญญาตรี คณะวิทยาศาสตร์ สาขาเกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ตำแหน่งปัจจุบัน : หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ระดับมัธยม) โรงเรียนจูงฮั่วโซะเซีย อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

3. ครูณัฐพล จริงจิตร

วุฒิการศึกษา : ระดับปริญญาตรี คณะวิทยาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ตำแหน่งปัจจุบัน : ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนจูงฮั่วโซะเซีย อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

ภาคผนวก ข
การตรวจสอบเครื่องมือ

ตารางที่ 3 ผลการประเมินค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจากดัชนี ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับ
จุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการคูณ แบบอัตนัย โดยผู้เชี่ยวชาญ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	0	0	+1	1	0.3	ใช้ไม่ได้
7	0	+1	+1	2	0.7	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
12	0	+1	+1	3	0.7	ใช้ได้
13	+1	0	+1	3	0.7	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
18	0	0	+1	3	0.3	ใช้ไม่ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

ตารางที่ 4 ผลการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม
ของนักเรียน ก่อนและหลังเรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุงฮัวโซะ
เซียว อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

รายนามนักเรียน	คะแนนก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	คะแนนหลังเรียน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	คะแนนที่ เพิ่มขึ้น
1. นายศุภกฤต บุญเลิศวรกุล	11	15	+4
2. นายณัฐภาคย์ หนูแก้ว	9	12	+3
3. น.ส.จุฑามาศ หวันมูสา	7	12	+5
4. น.ส.นิชกานต์ ศิริ	6	13	+7
5. น.ส.ชนิตา หมาดหาวา	14	16	+2
6. นายภาณุวัชร คงรักษ์	15	18	+3
7. นายบุคคอรီ รอดเปลี่ยน	7	16	+9
8. น.ส.ปิยรัตน์ อ้นจ้อย	12	16	+4
9. นายชนาเทพ สุหรื่น	15	17	+2
10. นายพันธวิศ สันติมิตร	11	16	+5
11. น.ส.ณลิณี แดหวา	14	18	+4
12. น.ส.พรทิพา เต็งรัง	11	17	+6
13. น.ส.อาธิญา บวรชัยกุลชญา	12	18	+6
14. น.ส.ศุภิสรา โชติกมาศ	14	17	+3
15. นายวรโชติ จิวตัน	16	20	+4
16. น.ส.ปณิดา ขวัญเพชร	9	15	+6
17. น.ส.จันทร์ทิพย์ เปาะทอง	12	16	+4
18. น.ส.พัชรพร ชุมดี	12	17	+5
19. น.ส.ศรุตตา แก้วพิทักษ์	11	16	+5
20. น.ส.ภาสินี แสงจันทร์	12	17	+5
21. น.ส.ปารมี เอียดกรัง	8	14	+6
22. น.ส.สุธิดา ผิวผ่อง	9	14	+5
23. น.ส.สุภัทสร ผลิผล	15	18	+3
24. นายอภิโชค สุอะหล้า	13	19	+6
25. น.ส.ศศิกานต์ เม่งเอียด	14	19	+5
26. น.ส.บัณฑิตา สุวรรณมณี	10	17	+7
27. น.ส.กัลยรัตน์ ไกรนรา	15	20	+5
28. น.ส.รัญชนา ศิริรัตน์	5	13	+8
29. น.ส.พลอยไพลิน ณรงค์รักษ์	12	17	+5

รายนามนักเรียน	คะแนนก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	คะแนนหลังเรียน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	คะแนนที่ เพิ่มขึ้น
30. น.ส.ภัชพิสุทธิ์ ปาณะจรรยาพันธุ์	11	16	+5
31. น.ส.ภัสวดี สักกะพลางกูร	13	16	+3
32. น.ส.สิริยากร ทองชู	15	17	+2
33. น.ส.ธนภรณ์ วิเศษ	13	18	+5
34. น.ส.พนิดา เสียมไหม	10	14	+4
35. นายนิธิพันธ์ เชาวลิตร	11	16	+5
36. น.ส.พิชัมพร แซ่เอียง	11	15	+4
37. น.ส.วันวิสาข์ สุขจันทร์	12	15	+3
38. น.ส.นงนภัส ชูแสง	13	16	+3
39. น.ส.ศศิวิมล จันทรฝาก	14	18	+4
40. น.ส.สิริเยม สิทธิเม่ง	10	14	+4
41. นายทวีชากร ทองด้วง	15	18	+3
42. น.ส.กชกร หล้าไหม	11	17	+6
43. น.ส.ศศิธร สองเมือง	9	12	+3
$\bar{X}$	11.60	16.16	+4.56
S. D.	2.647	2.023	1.55

ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้อิวยา คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและ ฟังก์ชันลอการิทึมของนักเรียน ก่อนและหลังเรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและ ฟังก์ชันลอการิทึมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุ่งฮัวโอะเซียว อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง ด้วยการทดสอบทีแบบไม้อิสระ (t-test pair)

➔ **T-Test**

[DataSet0]

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 Pretest	11.60	43	2.647	.404
Posttest	16.16	43	2.023	.308

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 Pretest & Posttest	43	.808	.000

Paired Samples Test

	Paired Differences				
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Pair 1 Pretest - Posttest	-4.558	1.563	.238	-5.039	-4.077
				t	df
				-19.123	42
					Sig. (2-tailed)
					.000

ตารางที่ 6 ผลการพัฒนาการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจูงฮัวโซะเซียว อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง ให้ผ่านเกณฑ์ 60%

รายนามนักเรียน	คะแนนหลังเรียน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	ร้อยละ	เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 (ผ่านเกณฑ์ 12 คะแนน)
1. นายศุภกฤต บุญเลิศวรกุล	15	75	✓
2. นายณัฐภาคย์ หนูแก้ว	12	60	✓
3. น.ส.จุฑามาศ หวันมูสา	12	60	✓
4. น.ส.นิชกานต์ ศิริ	13	65	✓
5. น.ส.ชนิตา หมดหวา	16	80	✓
6. นายภาณุวัชร คงรักษ์	18	90	✓
7. นายบุคอรี่ รอดเปลี่ยน	16	80	✓
8. น.ส.ปิยรัตน์ อ้นจ้อย	16	80	✓
9. นายชนาเทพ สุหรื่น	17	85	✓
10. นายพันธวิศ สันติมิตร	16	80	✓
11. น.ส.ณลิณี แดหวา	18	90	✓
12. น.ส.พรทิพา เต็งรัง	17	85	✓
13. น.ส.อาธิญา บวรชัยกุลชญา	18	90	✓
14. น.ส.ศุภิสรา โชติกมาศ	17	85	✓
15. นายวรโชติ จิวตั้ง	20	100	✓
16. น.ส.ปณิดา ขวัญเพชร	15	75	✓
17. น.ส.จันทร์ทิพย์ เปาะทอง	16	80	✓
18. น.ส.พัชรพร ชุมดี	17	85	✓
19. น.ส.ศรุตตา แก้วพิทักษ์	16	80	✓
20. น.ส.ภาสินี แสงจันทร์	17	85	✓
21. น.ส.ปารมี เอียดกรัง	14	70	✓
22. น.ส.สุธิดา ผิวผ่อง	14	70	✓
23. น.ส.สุภัตสร ผลิผล	18	90	✓
24. นายอภิโชค สุอะหล่า	19	95	✓
25. น.ส.ศศิกานต์ เม่งเอียด	19	95	✓
26. น.ส.บัณฑิตา สุวรรณมณี	17	85	✓
27. น.ส.กัลยรัตน์ ไกรนรา	20	100	✓
28. น.ส.รัญชนา ศิริรัตน์	13	65	✓
29. น.ส.พลอยไพลิน ณรงค์รักษ์	17	85	✓
30. น.ส.รัชพิสุทธิ์ ปาณะจรรยาพันธุ์	16	80	✓

รายนามนักเรียน	คะแนนหลังเรียน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	ร้อยละ	เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 (ผ่านเกณฑ์ 12 คะแนน)
31. น.ส.ภัสวดี สักกะพลางกูร	16	80	✓
32. น.ส.สิริยากร ทองชู	17	85	✓
33. น.ส.ธนภรณ์ วิเศษ	18	90	✓
34. น.ส.พนิดา เสียมไหม	14	70	✓
35. นายนิธิพันธ์ เชาวลิต	16	80	✓
36. น.ส.จิรพัชร แซ่เอียง	15	75	✓
37. น.ส.วันวิสาข์ สุขจันทร์	15	75	✓
38. น.ส.นงนภัส ชูแสง	16	80	✓
39. น.ส.ศศิวิมล จันทร์ฝาก	18	90	✓
40. น.ส.สิริยม สิริหม่อง	14	70	✓
41. นายทวิชากร ทองด้วง	18	90	✓
42. น.ส.กชกร หลีเหม	17	85	✓
43. น.ส.ศศิธร สองเมือง	12	60	✓
$\bar{X}$	16.16	80.81	✓

ภาคผนวก ค

แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

เวลา 1 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจูงฮั่วโฮะเซียว อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์ แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้ อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

นักเรียนบอกลักษณะของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และนำไปใช้ใน การจัดรูปทั่วไปของจำนวนใด ๆ ได้

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

- 1) นักเรียนสามารถบอกใช้สมบัติของเลขยกกำลังจัดรูปอย่างง่ายของจำนวนใด ๆ ได้
- 2) นักเรียนสามารถหาค่าของเลขยกกำลังได้
- 3) นักเรียนสามารถ บอกสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

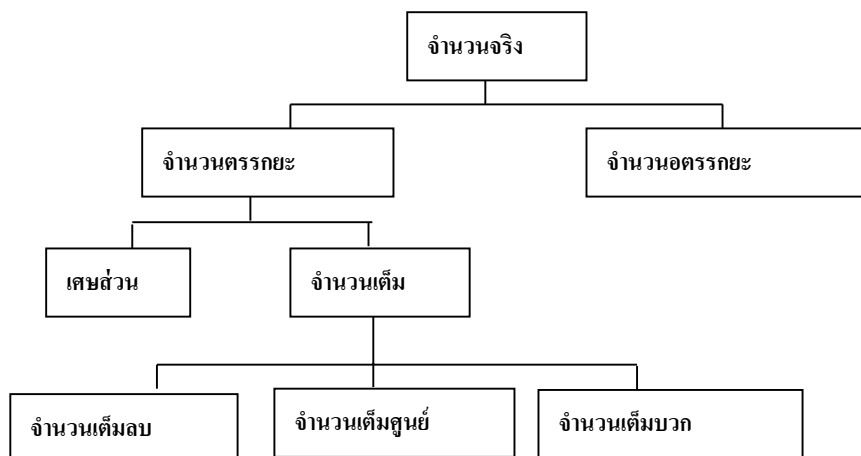
5. สาระการเรียนรู้

นักเรียนสามารถจัดรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

6. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับระบบจำนวน โดยใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนบอกได้ว่า



จากนั้นครูยกตัวอย่างจำนวน แล้วให้นักเรียนหาค่า เช่น

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$$

2. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างในชั้นนำ

$$\text{จาก } 2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$$

ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_n$$

ครูอธิบายให้นักเรียนว่า จำนวนข้างต้นเรียกว่า **เลขยกกำลัง** โดยมีนิยามว่า

ถ้า a เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_n$$

โดย เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง มี a ว่า “ฐาน” และ n เป็น เลขชี้กำลัง และ

$$a^0 = 1 \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

3. ครูยกตัวอย่างการคูณและการหารเลขยกกำลัง เช่น

$$1) 3^2 \cdot 3^3$$

$$2) (2^3)^2$$

$$3) (3 \cdot 4)^2$$

$$4) \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$5) \frac{3^4}{4^2}$$

ให้นักเรียนหาคำตอบโดยคำนวณตามหลักการคูณและหารจำนวนจริงโดยปกติ

หลังจากนั้นครูแนะนำว่าในการคูณและหารเลขยกกำลังสามารถทำได้สะดวกขึ้นโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลังตามทฤษฎีบท 1 ครูอธิบายสมบัติของเลขยกกำลังตามทฤษฎีบทที่ 1 ดังต่อไปนี้ โดยยกตัวอย่างประกอบเพิ่มเติมอีกครั้ง

ทฤษฎีบท 1 ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 และ m, n เป็นจำนวนเต็ม จะได้

$$1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

4. ครุยกตัวอย่างการทำจำนวนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายจำนวนโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลังบนกระดาน 2-3 จำนวน เช่น

1) $3^2(a^3)^3$

วิธีทำ $3^2(a^3)^3 = 3 \times 3 \times a^{3 \times 3} = 9a^9$

2) $\frac{2^3 x^3 \cdot x^4}{4 \cdot x^2}$

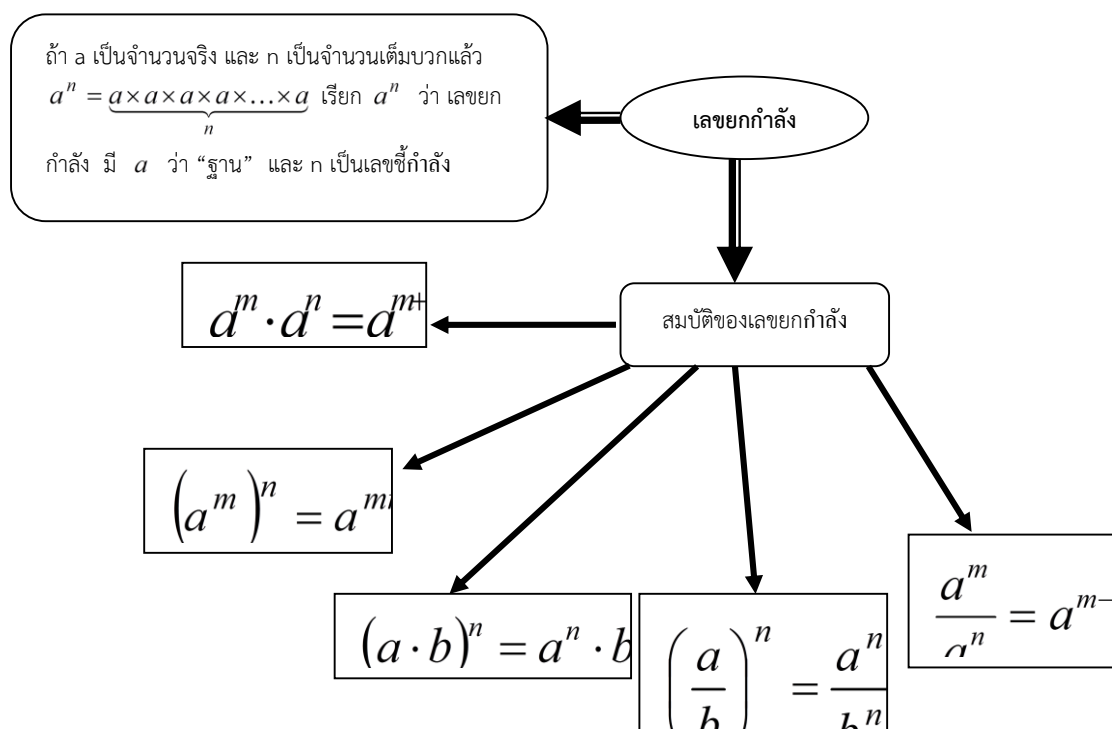
วิธีทำ $\frac{2^3 x^3 \cdot x^4}{4 \cdot x^2} = \frac{2^3 x^{3+4}}{2^2 \cdot x^2}$
 $= 2^{3-2} \cdot x^{7-2}$
 $= 2x^5$

3) $\left(\frac{3a^{-3}b^2}{2ab}\right)^3$

วิธีทำ $\left(\frac{3a^{-3}b^2}{2ab}\right)^3 = \frac{(3a^{-3}b^2)^3}{(2ab)^3}$
 $= \frac{3^3 \cdot a^{(-3)(3)} \cdot b^{2(3)}}{2^3 \cdot a^3 \cdot b^3}$
 $= \frac{27 \cdot a^{-9} \cdot b^6}{8 \cdot a^3 \cdot b^3}$
 $= \frac{27 \cdot a^{(-9)-3} \cdot b^{6-3}}{8}$
 $= \frac{27b^3}{8a^{12}}$

5. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรม ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม



7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1. ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้ถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
2. ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้นไป
3. ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมินด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้นไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 2 เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ เวลา 2 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจุฬาลงกรณ์ศึกษา อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ,ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

นักเรียนสามารถบอกใช้สมบัติของรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ จัดรูปอย่างง่ายของจำนวนใด ๆ ได้

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

- 1) นักเรียนสามารถบอกใช้สมบัติของรากที่ n ในระบบจำนวนจริงได้
- 2) นักเรียนสามารถบอกใช้สมบัติของรากที่ n ในระบบจำนวนจริงในรูปกรณฑ์จัดรูปอย่างง่ายได้
- 3) นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5. สารการเรียนรู้

รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

6. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวนเรื่องการคูณจำนวนจริงและเลขยกกำลัง โดยยกตัวอย่างให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ เช่น

$$\text{จงหาค่า } 1) \ 2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2) \ (-2)^2 = (-2)(-2) = 4$$

$$3) \ 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$4) \ (-3)^2 = (-3)(-3) = 9$$

2. ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่า

“ ถ้า x, y ใด ๆ เป็นจำนวนจริง แล้ว $y^2 = x$ จะได้ว่า y เป็นรากที่สองของ x ”

3. ครูยกตัวอย่างจำนวนให้นักเรียนหารากที่สองของ x เช่น

จงหารากที่สองของ 16 และ 25

วิธีทำ เนื่องจาก $16 = 4^2$ และ $16 = (-4)^2$

ดังนั้น 4 และ -4 เป็นรากที่สองของ 16

เนื่องจาก $25 = 5^2$ และ $25 = (-5)^2$

ดังนั้น 5 และ -5 เป็นรากที่สองของ 25

4. จากตัวอย่างครูใช้คำถามนำเพื่อให้ได้ข้อสังเกต ดังนี้

- 1) ถ้า $x > 0$ จะมีรากที่สองของ x สองราก คือ $\sqrt{x}$ และ $-\sqrt{x}$
โดยที่ $\sqrt{x} > 0$ และ $-\sqrt{x} < 0$

2) ถ้า $x = 0$ แล้วจะมีจำนวนจริง 0 เป็นรากที่สองของ x เพียงจำนวนเดียว

3) ถ้า $x < 0$ จะไม่มีรากที่สองของ x ที่เป็นจำนวนจริง

ดังนั้น $\sqrt{x} = y$ หมายความว่า $y^2 = x$ และ $y \geq 0$

5. ครุยกตัวอย่างจำนวนแล้วให้นักเรียนหารากที่ 2 และ รากที่ n เช่น

จงหารากที่สองของ 9

ตอบ 3 เป็นรากที่สองของ 9 เนื่องจาก $3^2 = 9$

-3 เป็นรากที่สองของ 9 เนื่องจาก $(-3)^2 = 9$

จงหารากที่สามของ 8

ตอบ 2 เป็นรากที่สามของ 8 เนื่องจาก $2^3 = 8$

จงหารากที่สี่ของ 16

ตอบ 2 เป็นรากที่สี่ของ 16 เนื่องจาก $2^4 = 16$

-2 เป็นรากที่สี่ของ 16 เนื่องจาก $(-2)^4 = 16$

6. ให้ความรู้เพิ่มเติม เรื่อง รากที่ n ของ x โดยบอกนิยามของรากที่ n นิยามของค่าหลักของรากที่ n และ สมบัติของรากที่ n เพิ่มเติมจากที่เรียนมาแล้ว และให้นักเรียนไปหาแนวข้อสอบหรือตัวอย่างมาก่อน เพื่อจะได้เรียนเนื้อหาเดิมในชั่วโมงต่อไปอย่างต่อเนื่องและได้เจอโจทย์ที่หลากหลายมากขึ้น

ชั่วโมงที่ 2

1. **บทนิยาม 1** ให้ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 แล้ว x และ y เป็น

จำนวนจริง y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$

(ครุยกตัวอย่างประกอบเพิ่มเติม 2 – 3 ตัวอย่าง)

บทนิยาม 2 ให้ n เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n จะกล่าวว่า จำนวนจริง y

เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ

1) y เป็นรากที่ n ของ x

2) $y \cdot x \geq 0$

แทนค่าหลักของรากที่ n ของ x ด้วย $\sqrt[n]{x}$

หมายเหตุ : 1) $\sqrt[n]{x}$ อ่านว่า กรณฑ์ที่ n ของ x หรือค่าหลักของรากที่ n

ของ x ถ้า $n = 2$ จะเขียน $\sqrt{}$ แทน $\sqrt[2]{}$

2) $\sqrt[n]{1} = 1$

3) $(\sqrt[n]{x})^n = x$

(ครุยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย 2 – 3 ตัวอย่าง)

สมบัติของรากที่ n

ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$

ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$

ทฤษฎีบทที่ 3 ถ้า x และ y มีรากที่ n แล้ว $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$

ทฤษฎีบทที่ 4 ถ้า x และ y มีรากที่ n แล้ว $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$

ครูยกตัวอย่างเพื่ออธิบายในแต่ละทฤษฎี เช่น

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8 \times 4} = \sqrt[3]{32}$$

$$\frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{8}} = \sqrt[4]{\frac{16}{8}} = \sqrt[4]{2}$$

ข้อสังเกต ถ้า x เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1

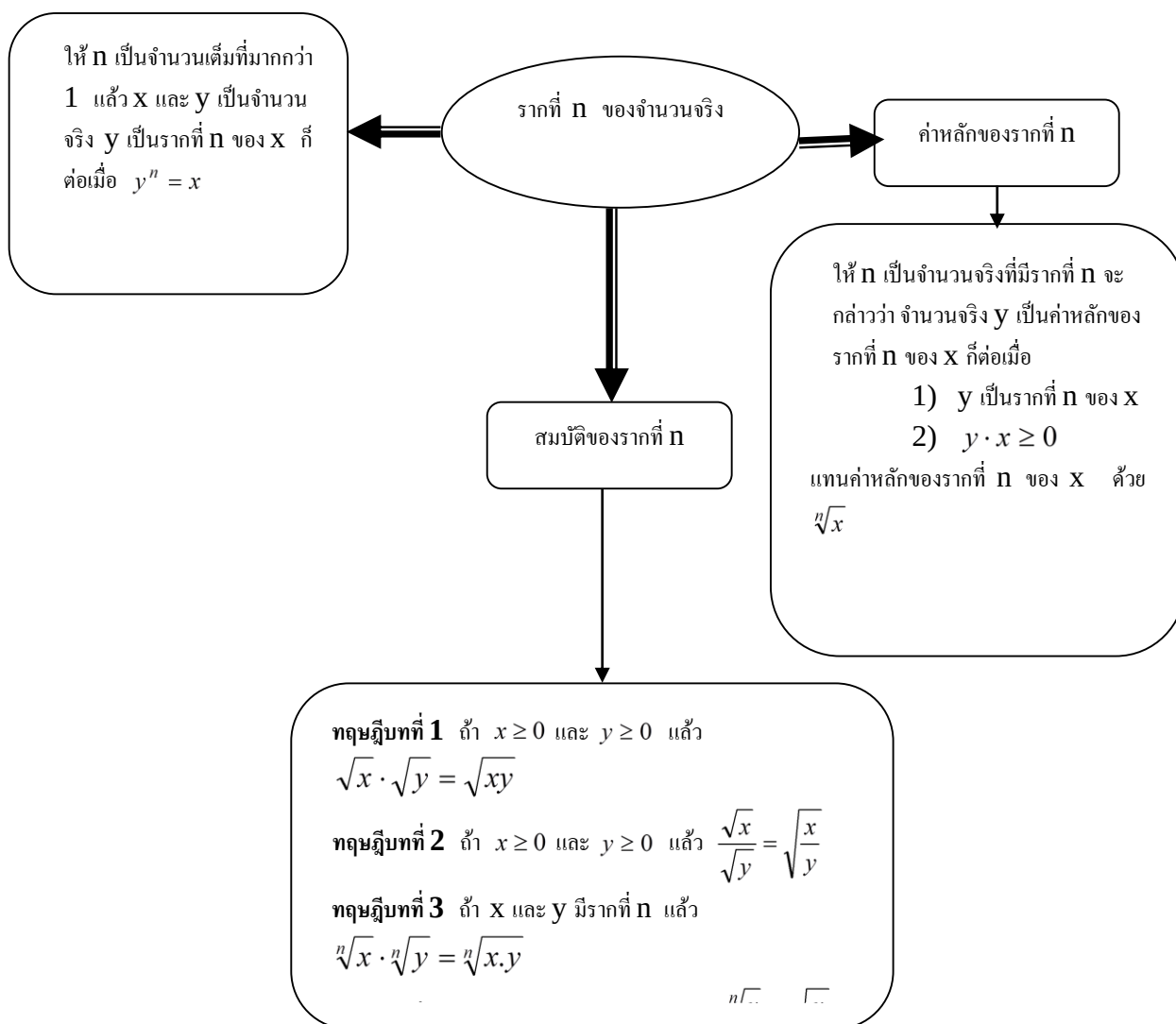
$$\sqrt[n]{x^n} = |x| \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่}$$

$$\text{เช่น } \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

$$\sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$$

2. ครูยกตัวอย่างการคำนวณให้อยู่ในรูปอย่างง่ายบนกระดาน 2-3 ตัวอย่างให้นักเรียนช่วยกันตอบ
3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คนให้ทำใบกิจกรรมที่ 1.2 ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 หน้า 7-8 โดยใช้เวลา 20 นาที แล้วครูเฉลยคำตอบบนกระดาน
4. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบกิจกรรมที่ 1.2 ข้อ 2-3 ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 หน้า 8-10 เป็นการบ้าน
5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป เรื่องรากที่ n ของจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์



7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้ถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
2ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป
3ด้านคุณลักษณะอัน พึงประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมินด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 3 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

เวลา 1 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจุฬารัตน์วิทยา อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้พจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ,ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

นักเรียนสามารถบอกสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและนำไปใช้ในการจัดรูปอย่างง่ายของจำนวนใด ๆ ได้

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

- 1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ได้
- 2) นักเรียนสามารถการจัดรูปอย่างง่ายของจำนวนใด ๆ ได้
- 3) ใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะจัดรูปอย่างง่ายของจำนวนใด ๆ ได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5. สาระการเรียนรู้

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

6. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวน ครูทบทวนเรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม โดยยกตัวอย่างจำนวนใด ๆ 2 -3 จำนวนให้นักเรียนช่วยกันจัดรูปอย่างง่าย เช่น

จงจัดรูปอย่างง่ายของ

$$1) \frac{4x^{-2} \cdot y}{\sqrt{x^2 y^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \frac{4x^{-2} \cdot y}{\sqrt{x^2 y^2}} &= \frac{4x^{-2} \cdot y}{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y^2}} \\ &= \frac{4x^{-2} \cdot y}{x \cdot y} \\ &= 4x^{(-2)-1} \cdot y^{1-1} \\ &= 4x^{-3} \cdot y^0 \\ &= \frac{4}{x^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt{15}\sqrt{9}} \\
 \text{วิธีทำ} \quad & \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt{15}\sqrt{9}} = \frac{\sqrt[4]{5^4}}{\sqrt{15 \times 9}} \\
 & = \frac{\sqrt[4]{5^4}}{\sqrt{225}} \\
 & = \frac{\sqrt[4]{5^4}}{\sqrt{15^2}} \\
 & = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

2. ให้ความรู้เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ โดยบอกนิยามและทฤษฎีบท พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

นิยาม 1 เมื่อ a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 และ a มีรากที่ n

$$\begin{aligned}
 a^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{a} \\
 \text{เช่น} \quad 4^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{4} = 2 \\
 8^{\frac{1}{3}} &= \sqrt[3]{8} = 2
 \end{aligned}$$

นิยาม 2 ให้ a เป็นจำนวนจริง p, q เป็นจำนวนเต็มที่ ห.ร.ม. ของ p และ q เท่ากับ 1

$$\begin{aligned}
 [(p, q) = 1], q > 0 \text{ และ } a^{\frac{1}{q}} \in R \text{ โดยเมื่อ } p < 0 \text{ แล้ว } a \text{ ต้องไม่เป็น } 0 \\
 a^{\frac{p}{q}} &= \left(a^{\frac{1}{q}} \right)^p \\
 \text{เช่น} \quad 4^{\frac{3}{2}} &= \left(4^{\frac{1}{2}} \right)^3 \\
 x^{\frac{2}{3}} &= \left(x^{\frac{1}{3}} \right)^2
 \end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 1 ให้ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะและ a^m, a^n, b^n เป็นจำนวนจริง จะได้

- 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 2) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- 3) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- 4) $\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เมื่อ $b \neq 0$

$$5) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

3. ครุยกตัวอย่างการนำสมบัติต่าง ๆ ไปใช้ในรูปแบบต่าง ๆ 4-5 ตัวอย่างที่แตกต่างกัน เช่น

1) จงทำจำนวน $\frac{(x^3 y^2 z)^{\frac{1}{2}}}{(27xy^3 z^6)^{-\frac{1}{3}}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \frac{(x^3 y^2 z)^{\frac{1}{2}}}{(27xy^3 z^6)^{-\frac{1}{3}}} &= (x^3 y^2 z)^{\frac{1}{2}} (9xy^3 z^6)^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(x^{3 \cdot \frac{1}{2}} y^{2 \cdot \frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} \right) \left(3^{3 \cdot \frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}} y^{3 \cdot \frac{1}{3}} z^{6 \cdot \frac{1}{3}} \right) \\ &= \left(x^{\frac{3}{2}} y z^{\frac{1}{2}} \right) \left(3x^{\frac{1}{3}} y z^2 \right) \\ &= 3x^{\frac{3}{2} + \frac{1}{3}} y^{1+1} z^{\frac{1}{2} + 2} \\ &= 3x^{\frac{11}{6}} y^2 z^{\frac{5}{2}} \end{aligned}$$

2) จงทำจำนวน $(x-4\sqrt{x}+4)^{\frac{1}{2}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย โดยสมมติว่า เลขยกกำลังมีฐานเป็นจำนวนบวก

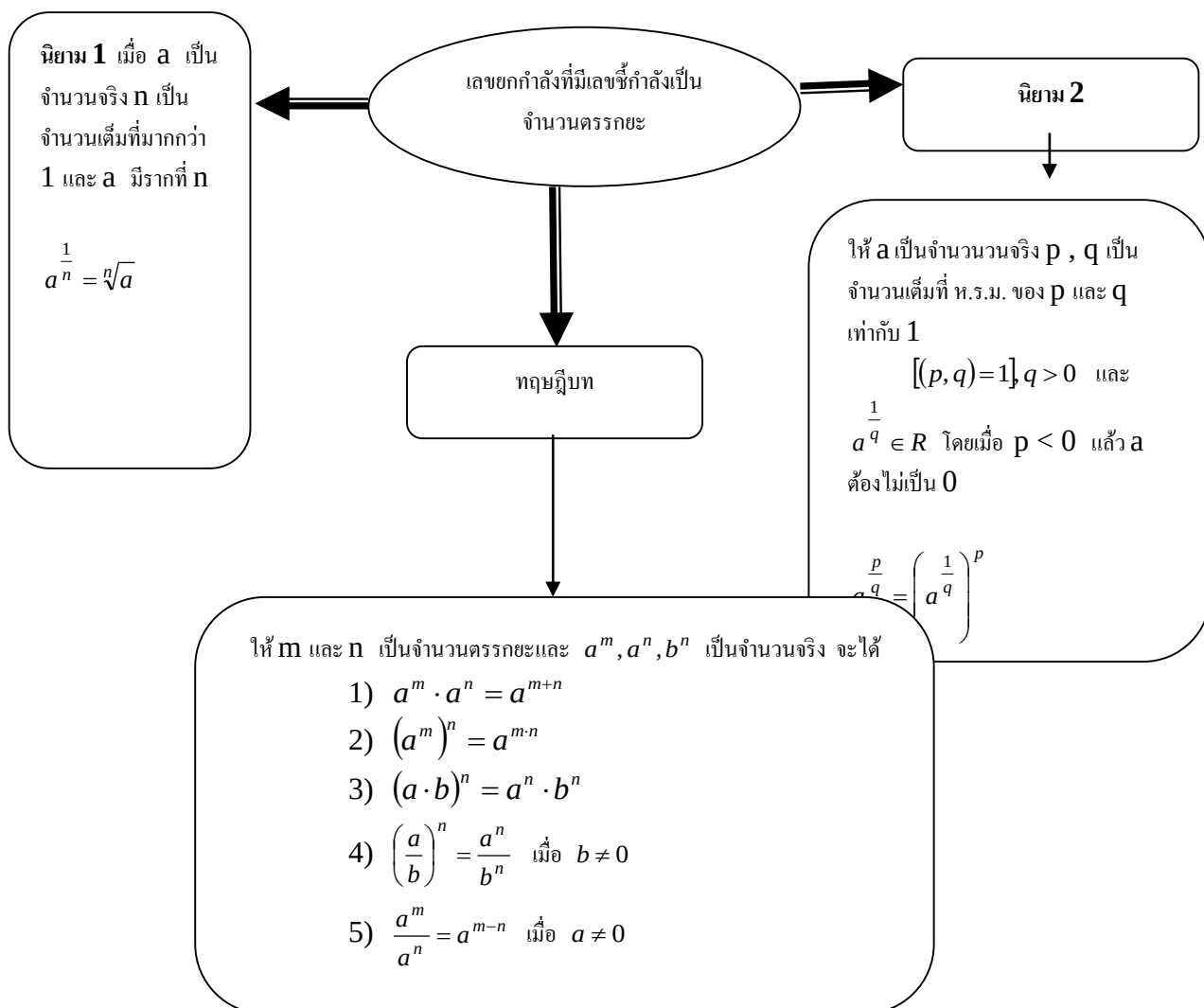
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } (x-4\sqrt{x}+4)^{\frac{1}{2}} &= \left((\sqrt{x}-2)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= (\sqrt{x}-2)^{2 \cdot \frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{x}-2 \end{aligned}$$

3) จงแก้สมการ $x^{-\frac{2}{3}} = \frac{16}{36}$ สมมติว่าฐานของเลขยกกำลังเป็นจำนวนบวก

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } x^{-\frac{2}{3}} &= \frac{16}{36} \\ \left(x^{-\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{3}{2}} &= \left(\frac{16}{36} \right)^{-\frac{3}{2}} \\ x &= \left(\frac{4^2}{6^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \\ &= \left(\left(\frac{4}{6} \right)^2 \right)^{-\frac{3}{2}} \\ &= \left(\frac{4}{6} \right)^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{6}{4}\right)^3 \\
 &= \left(\frac{3}{2}\right)^3 \\
 &= \frac{3^3}{2^3} \\
 &= \frac{27}{8}
 \end{aligned}$$

4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คนให้ทำใบกิจกรรม ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 โดยใช้เวลา 30 นาที แล้วครูเฉลยคำตอบบนกระดานโดยให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจ
5. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบกิจกรรม ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 เป็นการบ้าน
6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ



7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้ถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
2ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป
3ด้านคุณลักษณะอัน พึงประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมินด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

เวลา 2 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจุฬารัตน์วิทยา อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ,ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

นักเรียนบอกลักษณะของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และนำไปใช้ในการจัดรูปทั่วไปของจำนวนใด ๆ ได้

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

- 1) บอกได้ว่าฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม หรือฟังก์ชันลด พร้อมทั้งเขียนกราฟของฟังก์ชันได้
- 2) หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
- 3) นำสมบัติของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปประยุกต์ใช้ในการแก้สมการและแก้ปัญหาต่างๆ ได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5. สาระการเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
- 2) นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้สมการและแก้ปัญหในเรื่องต่าง ๆ ได้

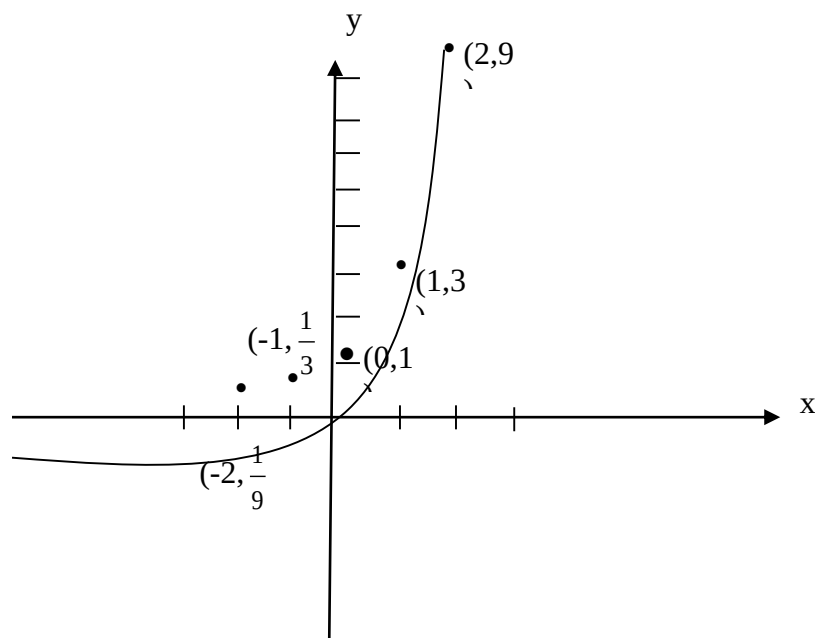
6. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวนเรื่องการเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ โดยยกตัวอย่างฟังก์ชัน 1-2 ฟังก์ชันให้นักเรียนช่วยกันเขียนกราฟ เช่น $y = 3^x$ โดยให้หาจุดบนฟังก์ชัน 5-7 จุด ดังนี้

เขียนกราฟ $y = 3^x$ ได้ดังนี้

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y = 3^x$	...	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	...



2. ครูทบทวนนิยามของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดังนี้

“ ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่มีสมการเป็น $y = a^x$ โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$ แล้ว จะเรียก f ว่า ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ”

3. ครูยกตัวอย่างการเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล อีก 1-2 ตัวอย่าง

4. ครูให้นักเรียนพิจารณาหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จากกราฟที่ยกตัวอย่างในข้อที่ 2 แล้วช่วยแนะนำให้นักเรียนสรุปข้อสังเกตของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดังนี้

ข้อสังเกตจากกราฟ

- 1) โดเมนของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ R
- 2) เรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ R^+
- 3) กราฟของ $y = a^x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ
เนื่องจาก $a^0 = 1$
- 4) ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันลด
- 5) กราฟของ $y = a^x$ ไม่ตัดแกน x
- 6) ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก R ไปทั่วถึง R^+ และ
 $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$
- 7) ถ้าย้ายแกนให้มีจุดกำเนิดใหม่เป็น (h, k) ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลจะอยู่
ในรูป $y - k = a^{x-h}$

5. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยให้นักเรียนช่วยกันเขียนกราฟบนกระดาน และยกตัวอย่างทั้งฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด ให้เขียนบนแกนเดียวกัน เช่น

จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลบนแกนเดียวกัน

- 1) $y = 2^x, y = 3^x, y = 4^x, y = 5^x$
- 2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

6. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเพิ่มเติมอีก 3-4 ตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบว่า เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด และมีโดเมนและเรนจ์เป็นเท่าใด

เช่น $y = 6^x, y = 2^{-x}, y = \left(\frac{2}{5}\right)^x, y = 4^{2x}$

7. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.4 (กิจกรรมที่ 1.4 ในหนังสือ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 หน้า 27-30) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบกิจกรรมและช่วยกันทำข้อ 1-3 โดยใช้เวลา 20 นาที หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ

8. ครูยกตัวอย่างการนำข้อสังเกตของลักษณะฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้สมการ 2-3 ตัวอย่าง เช่น

ตัวอย่าง จงแก้สมการต่อไปนี้

(1) $3^x = 81$

(2) $3^{x+4} = 243$

วิธีทำ (1) จากสมการ $3^x = 81$

จะได้ $3^x = 3^4$

ดังนั้น $x = 4$

(2) จากสมการ $3^{x+4} = 243$

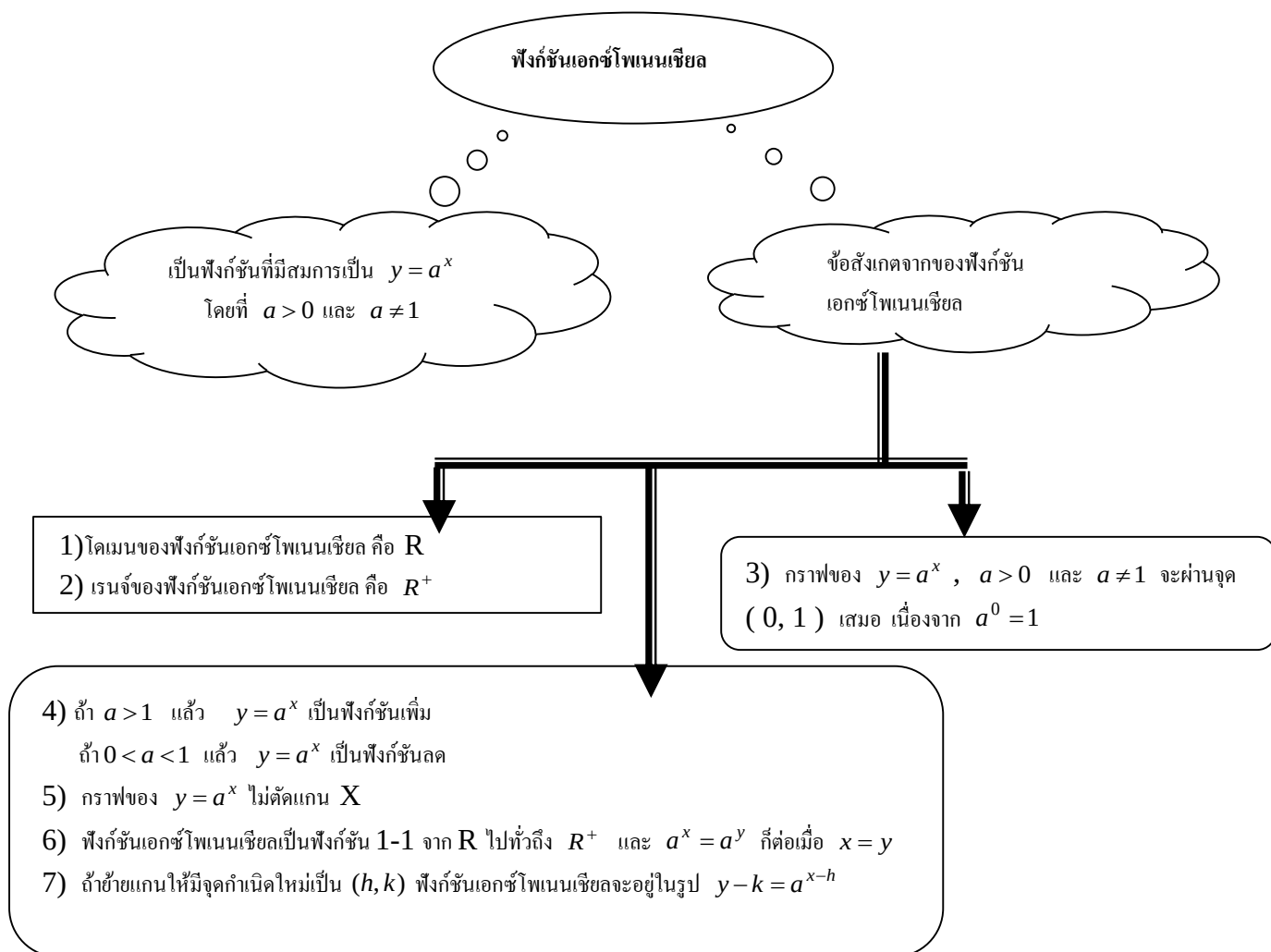
จะได้ $3^x \times 3^4 = 3^5$

$$3^x = \frac{3^5}{3^4}$$

$$3^x = 3^1$$

ดังนั้น $x = 1$

9. ครูให้นักเรียนกลุ่มละ 3 คนกลุ่มเดิม ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อ 4 – 6 เป็นการบ้าน
ครูให้นักเรียนสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นแผนผัง เช่น



- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้ถูกต้องร้อยละ 60 ขึ้นไป
2ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้านทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 60 ขึ้นไป
3ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 60 ขึ้นไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันลอการิทึม

เวลา 1 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจุฬหวัชชะเขียว อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ,ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

นักเรียนบอกลักษณะของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และนำไปใช้ในการจัดรูปทั่วไปของจำนวนใด ๆ ได้

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

1) บอกสมบัติและเขียนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมได้

2) นำสมบัติของฟังก์ชันลอการิทึมไปประยุกต์ใช้ในการหาค่าของจำนวนใด ๆ และแก้สมการได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

1) ทักษะการทำงานกลุ่ม

2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

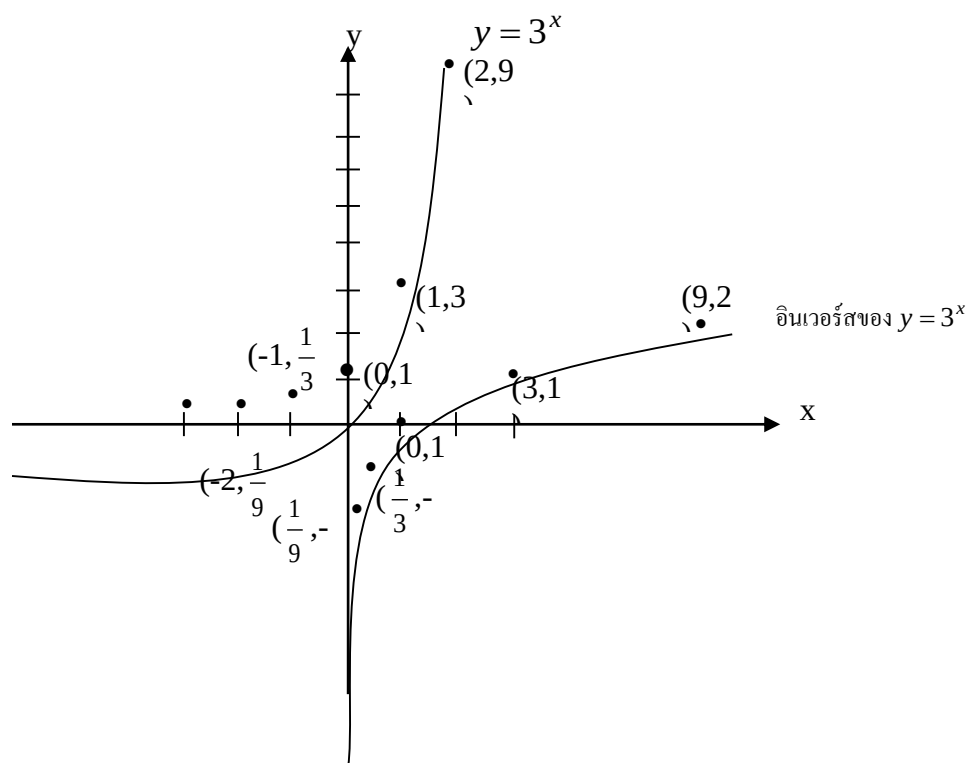
5. สารการเรียนรู้

นักเรียนเข้าใจสมบัติของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และนำความรู้เรื่องฟังก์ชันลอการิทึมไป ใช้หาค่าจำนวนใด ๆ ได้

6. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวนเรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล แล้วให้นักเรียนช่วยกันเขียนกราฟของฟังก์ชัน เช่น $y = 3^x$ เขียนกราฟ $y = 3^x$ ได้ดังนี้



ครูให้นักเรียนพิจารณารูปของฟังก์ชัน แล้วถามว่า ถ้าให้หาตัวผกผันของฟังก์ชันข้างต้น จะได้คู่ลำดับใหม่มีลักษณะอย่างไร และมีกราฟเป็นอย่างไร

2. ครูอธิบายนักเรียนว่า

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ | y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึง $\mathbb{R}^+$ ตัวผกผันของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลจึงเป็นฟังก์ชันจาก $\mathbb{R}^+$ ไป $\mathbb{R}$ คือ $\{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} | x = a^y, a > 0, a \neq 1\}$ ซึ่งตัวผกผันของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เราเรียกว่า ฟังก์ชันลอการิทึม

ครูให้นิยามของฟังก์ชันลอการิทึม

บทนิยาม ฟังก์ชันลอการิทึม คือ $\{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} | y = \log_a x, a > 0, a \neq 1\}$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ | y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$$

จาก $x = a^y$ เขียนในรูป $y = f(x)$ ซึ่งกำหนดโดย $y = \log_a x$ อ่านว่า ลอการิทึมเอกซ์ฐานเอ หรือล็อกเอกซ์ฐานเอ

3. ครูยกตัวอย่างการเขียนจำนวนในรูปลอการิทึม และการเขียนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึม 2-3 ตัวอย่าง เช่น

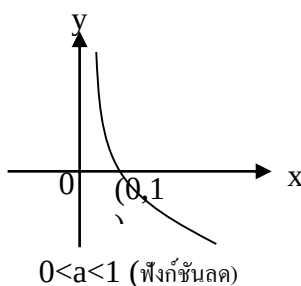
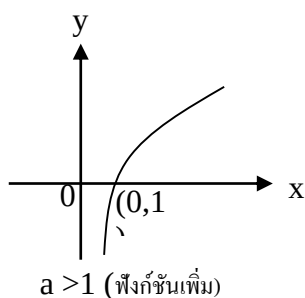
$$36 = 6^2 \quad \text{เขียนในรูปลอการิทึม คือ } 2 = \log_6 36$$

$$49 = 7^2 \quad \text{เขียนในรูปลอการิทึม คือ } 2 = \log_7 49$$

$$8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \quad \text{เขียนในรูปลอการิทึม คือ } -3 = \log_{\frac{1}{2}} 8$$

$$x = a^y \quad \text{เขียนในรูปลอการิทึม คือ } y = \log_a x$$

ได้กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม $y = \log_a x$ ดังนี้



4. ครูให้นักเรียนพิจารณาหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันลอการิทึมจากกราฟที่ยกตัวอย่างในข้อที่ 2 แล้วช่วยแนะนำให้นักเรียนสรุปข้อสังเกตของฟังก์ชันลอการิทึม ดังนี้

ข้อสังเกตจากกราฟ

1) โดเมนของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ $\mathbb{R}^+$

2) เรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ $\mathbb{R}$

3) กราฟของ $y = \log_a x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(1, 0)$ เสมอ

เนื่องจาก $\log_a 1 = 0$

- 4) ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลด
- 5) กราฟของ $y = a^x$ ไม่ตัดแกน Y
- 6) ฟังก์ชันลอการิทึม 1-1 จาก R^+ ไปทั่วถึง R
- 7) โดยอาศัยสมบัติของฟังก์ชัน 1-1 จะได้ว่า $\log_a x = \log_a y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$
- 8) เนื่องจาก $y = \log_a x$ ก็ต่อเมื่อ $a^y = x$ หรือ $a^{\log_a x} = x$
- 9) กราฟของ $y = \log_a x$ สมมาตรกับกราฟของ $y = a^x$ เมื่อเทียบกับเส้นตรง $y = x$
- 10) ถ้าจุดกำเนิดใหม่อยู่ที่ (h, k) ฟังก์ชันลอการิทึมอยู่ในรูป
 $y - k = \log_a (x - h)$ โดเมนคือ (h, ∞) และเรนจ์ คือ R

5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แล้วแจกใบกิจกรรมที่ 1.5 ให้นักเรียนช่วยกันทำข้อที่ 1-3 (กิจกรรมที่ 1.5 ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 หน้า 36-38) โดยใช้เวลา 20 นาที หลังจากนั้นครูเฉลยให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจ

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูให้ความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับสมบัติของลอการิทึม โดยยกตัวอย่างประกอบสมบัติแต่ละข้อพอเข้าใจ ดังนี้
เมื่อ a, M, N เป็นจำนวนจริงบวกที่ $a \neq 1$ และ p, q เป็นจำนวนจริง

$$1) \log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\text{ตัวอย่าง } \log_2 15 = \log_2 (5 \times 3) = \log_2 5 + \log_2 3$$

$$2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\text{ตัวอย่าง } \log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2$$

$$3) \log_a M^p = p \log_a M$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง } 1) \log_3 8 &= \log_3 2^3 \\ &= 3 \log_3 2 \end{aligned}$$

$$4) \log_a a = 1$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง } \log_4 4 &= 1 \\ \log_3 3 &= 1 \end{aligned}$$

$$5) \log_a 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง } \log_3 1 &= 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$6) \log_{a^q} M^p = \frac{p}{q} \log_a M$$

$$\text{ตัวอย่าง } \log_9 64 = \log_{3^2} 4^3$$

$$= \frac{3}{2} \log_3 4$$

$$7) \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$8) \log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$$

2. ครุยยกตัวอย่างการนำข้อสังเกตของลักษณะฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในการแก้สมการ 2-3 ตัวอย่าง เช่น ตัวอย่าง จงแก้สมการต่อไปนี้

$$(1) 3^x = 81 \quad (2) 3^{x+4} = 243$$

วิธีทำ (1) จากสมการ $3^x = 81$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad x &= \log_a 81 \\ &= \log_a 3^4 \\ &= 4 \log_a 3 \\ &= 4 \times 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$(2) \text{ จากสมการ } 3^{x+4} = 243$$

$$\text{จะได้} \quad x + 4 = \log_3 243$$

$$x + 4 = \log_3 3^5$$

$$x + 4 = 5 \log_3 3$$

$$x + 4 = 5 \times 1$$

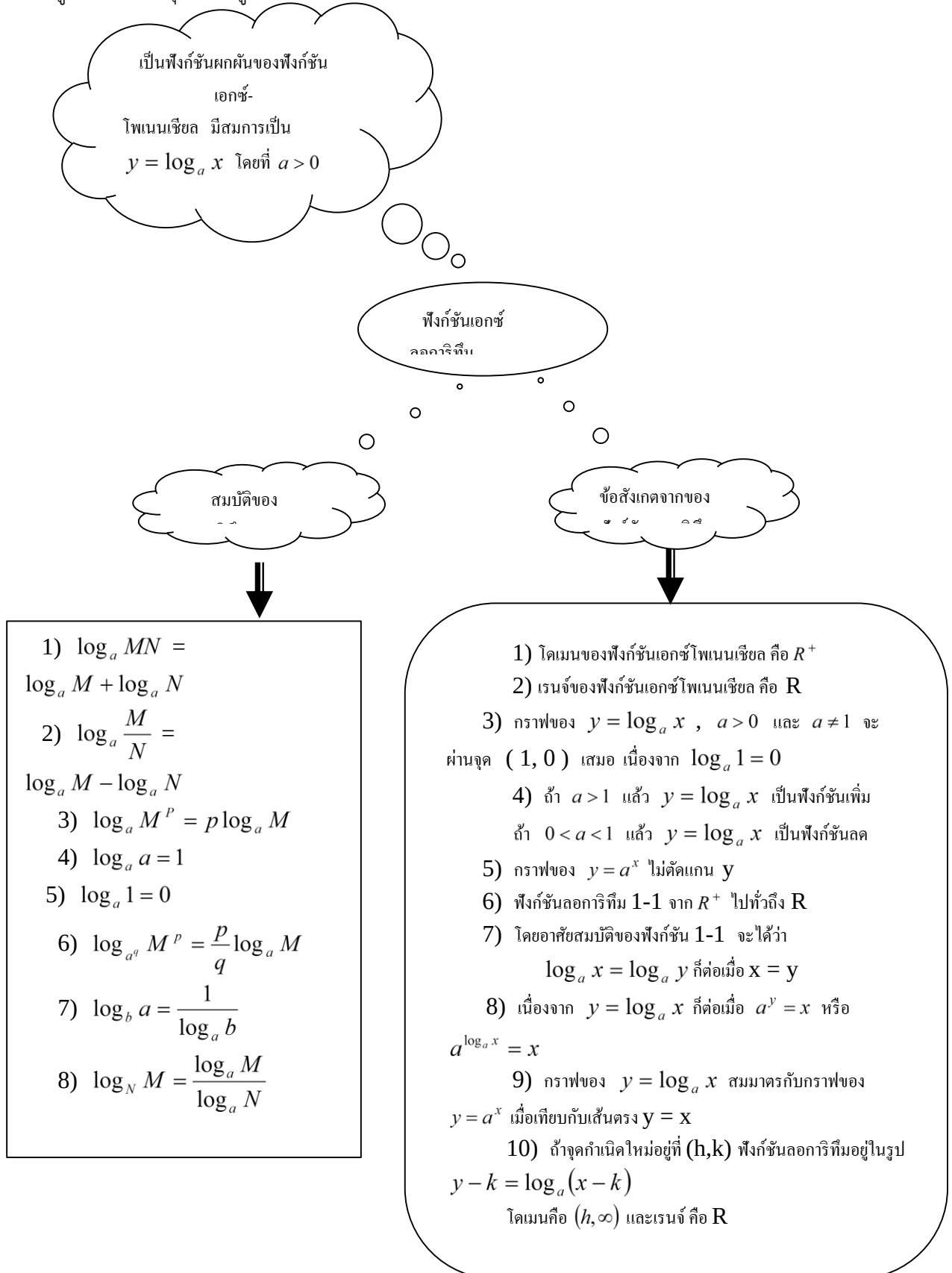
$$x = 5 - 4$$

$$x = 1$$

3. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ให้ทำใบกิจกรรมที่ 1.5 ข้อ 3 – 9 (กิจกรรมที่ 1.5 ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 หน้า 38-43) โดยใช้เวลา 30 นาที หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ

4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน (กลุ่มเดิม) ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อ 10 – 15 เป็นการบ้าน

5. ครูให้นักเรียนสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันลอการิทึมเป็นแผนผัง เช่น



7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.6 ภาคเรียนที่ 1
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 6 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้ถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
2ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป
3ด้านคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมินด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 6 เรื่อง การหาค่าลอการิทึม

เวลา 1 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้พจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ,ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

ฟังก์ชันลอการิทึม

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

- 1) นักเรียนสามารถหาค่าลอการิทึมได้
- 2) นักเรียนสามารถหาค่าเมทริกซ์และค่าเรกเทอริสติกของลอการิทึมได้
- 3) นักเรียนสามารถแอนติลอการิทึมได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5. สาระการเรียนรู้

นักเรียนเข้าใจวิธีการหาค่าลอการิทึมได้

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูให้ความรู้เกี่ยวกับลอการิทึมสามัญ โดยบอกนักเรียนว่าในการหาค่าลอการิทึม ส่วนใหญ่จะใช้ลอการิทึมสามัญในหาค่าลอการิทึม

ลอการิทึมสามัญ หมายถึง ลอการิทึมที่มีฐานเป็นสิบ นิยมเขียนโดยไม่มีฐานกำกับ เช่น $\log_{10}^5$ เขียนแทนด้วย $\log 5$

$$\log 100 = \log 10^2 = 2 \log 10 = 2(1) = 2$$

$$\log 0.1 = \log 10^{-2} = -2 \log 10 = -2(1) = -2$$

$\log 10^n = n \log 10 = n \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$
--

ถ้า N เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ และเขียน N ในรูป $N_0 \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq N_0 < 10$ และ N เป็นจำนวนเต็ม

$$N = N_0 \times 10^n$$

$$\log N = \log(N_0 \times 10^n)$$

$$= \log N_0 + \log 10^n$$

$$= \log N_0 + n$$

$$\log 1 \leq \log N_0 < \log 10$$

$$0 \leq \log N_0 < 1$$

จะเรียก $\log N_0$ ว่า **แมนทิสซา** (mantissa) ของ $\log N$

และเรียก n ว่า **แคแรกเทอริสติก** (characteristic) ของ $\log N$

2. ครูยกตัวอย่างการหาค่าแมนทิสซา และค่าแคแรกเทอริสติก 2-3 ตัวอย่าง เช่น

ตัวอย่าง จงหาค่าแคแรกเทอริสติกและแมนทิสซาจากตาราง ของ

1) $\log 4,710$

2) $\log 0.0471$

วิธีทำ 1) เนื่องจาก

$4,710 = 4.71 \times 10^3$

$$\log 4,710 = \log (4.71 \times 10^3)$$

$$= \log 4.71 + \log 10^3$$

$$= \log 4.71 + 3$$

$$= 0.6730 + 3$$

แคแรกเทอริสติกของ $\log 4,710$ คือ 3แมนทิสซาของ $\log 4,710$ คือ 0.6730 (จากตาราง)

2) เนื่องจาก $0.0471 = 4.71 \times 10^{-2}$

$$\log 0.0471 = \log (4.71 \times 10^{-2})$$

$$= \log 4.71 + \log 10^{-2}$$

$$= \log 4.71 + (-2)$$

$$= 0.6730 + (-2)$$

แคแรกเทอริสติกของ $\log 0.0471$ คือ -2แมนทิสซาของ $\log 0.0471$ คือ 0.6730 (จากตาราง)

3. จากตัวอย่างครูให้ความรู้เพิ่มเติมว่า ถ้ากำหนดค่า N ให้เราสามารถหาค่าของ $\log N$ ได้ และถ้ากำหนดค่าของ $\log$ ก็สามารถหา N ได้เรียก N ว่า แอนติลอการิทึม (antilogarithm) ของ $\log N$ เช่น

จาก $\log 4,710 = 3.6730$

$4,710$ เป็นแอนติลอการิทึมของ 3.6730

4. ครูยกตัวอย่างลอการิทึมฐาน e โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบว่า รู้จักหรือไม่ แล้วครูบอกนักเรียนว่า ลอการิทึมฐาน e คือลอการิทึมธรรมชาติ หรือเรียกว่า “ลอการิทึมแบบเนเปียร์” ดังนั้น ลอการิทึมของ x ฐาน e คือ $\log_e x$ ซึ่งนิยมเขียนเป็น $\ln x$

5. ครูติดบัตรโจทย์ ซึ่งเป็นจำนวนของลอการิทึมบนกระดาน 3 – 4 ข้อ แล้วให้นักเรียนแบ่งเป็น 3 – 4 กลุ่ม แล้วให้แต่ละกลุ่มช่วยกันหาค่า และส่งตัวแทนออกมาเขียนคำตอบบนกระดาน โดยครูใช้เวลา 5 นาที

จงหาค่าลอการิทึมของ $\log 3,500$

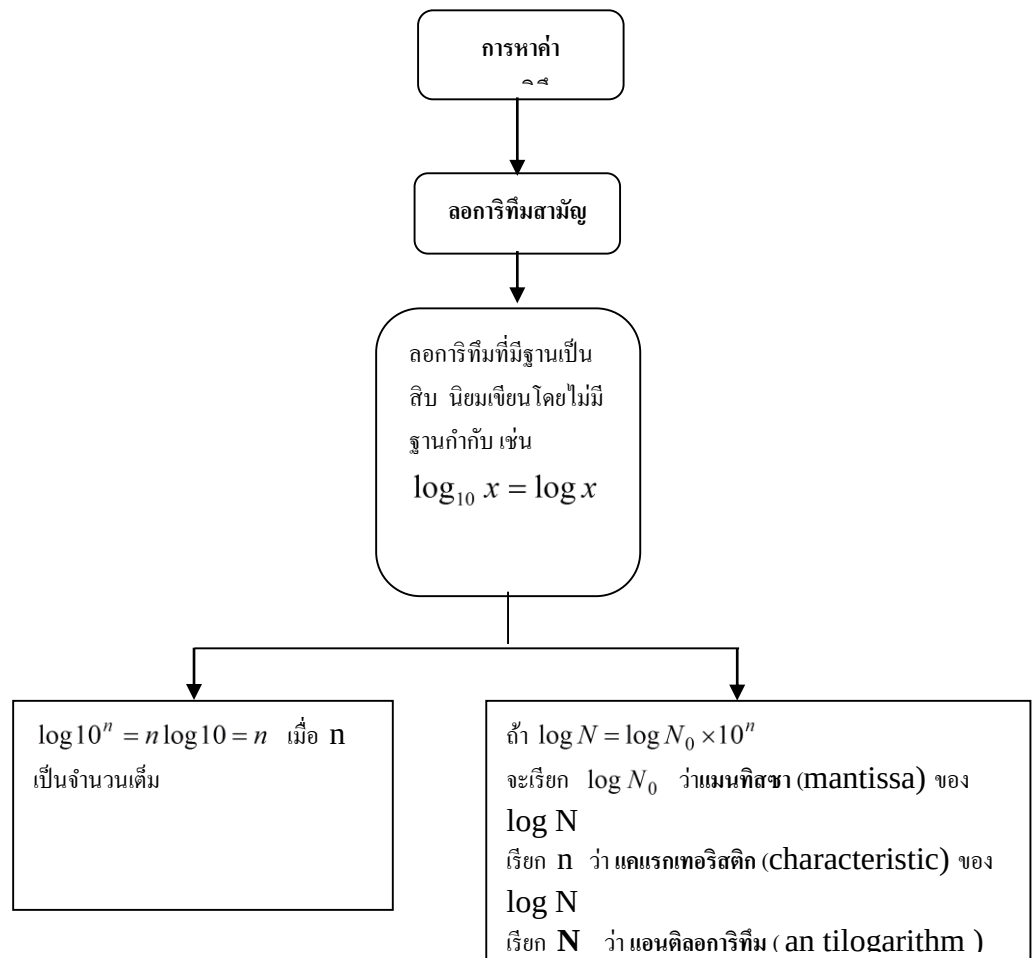
จงหาค่าแคแรกเทอริสติกและแมนทิสซาของ $\log 0.32$

จงหาค่าลอการิทึมของ $\log 0.0051$

หลังจากนั้น ครูเฉลยคำตอบโดยการแนะนำวิธีการหาค่าคำตอบทุกข้ออย่างละเอียด

6.ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ให้ทำใบกิจกรรมที่ 1.6 (กิจกรรมที่ 1.6 ในหนังสือ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 หน้า 51-54) โดยใช้เวลา 20 นาที หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ

ครูให้นักเรียนสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาค่าลอการิทึมเป็นแผนผังความคิด



7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 5 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้ถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
2ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป
3ด้านคุณลักษณะอัน พึงประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมินด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 7 เรื่อง การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม

เวลา 1 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจุงฮั่วโซะเซียว อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ,ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

นักเรียนเข้าใจวิธีการเปลี่ยนฐานลอการิทึม

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

- 1) ใช้ความรู้เรื่องการเปลี่ยนฐานหาค่าลอการิทึมได้
- 2) นักเรียนสามารถเปลี่ยนฐานของลอการิทึมได้
- 3) นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องการเปลี่ยนฐานลอการิทึมหาค่าลอการิทึมได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5. สารการเรียนรู้

การเปลี่ยนฐานลอการิทึม

6. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ครูทบทวนสมบัติของลอการิทึมเกี่ยวกับการเปลี่ยนฐาน โดยการซักถามนักเรียนเกี่ยวกับ

สมบัติต่าง ๆ ของลอการิทึมโดยให้นักเรียนช่วยกันตอบ แล้วยกตัวอย่างลอการิทึมบนกระดาน

ให้นักเรียนใช้สมบัติ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

$$\text{เช่น } \log_3 4 = \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 3} = \frac{\log 4}{\log 3} = \frac{0.6021}{0.4771} = 1.2620$$

1. ครูอธิบายนักเรียนว่า การหาค่าลอการิทึม สามารถทำได้อีกวิธีโดยการเปลี่ยนฐานของลอการิทึม ซึ่งจะ

ใช้สมบัติ $\log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$ โดยครูพิสูจน์สมบัติข้างต้นให้นักเรียนทราบ โดยกำหนด ให้ $y =$

$\log_b x$ เพื่อให้ได้ข้อสรุปดังนี้

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

2. ครูยกตัวอย่างการหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติการเปลี่ยนฐานลอการิทึม เช่น

$$\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{0.4771}{0.3010} = 1.585$$

$$\log_3 2 = \frac{\log 2}{\log 3} = \frac{0.3010}{0.4771} = 0.6309$$

$$\ln 2 = \frac{\log 2}{\log e} = \frac{0.3010}{0.4343} = 0.6931 \quad (\text{ให้ } \log e = 0.4343)$$

3. ครูติดบัตรโจทย์ซึ่งเป็นจำนวนของลอการิทึมบนกระดาน 3 – 4 ข้อ แล้วให้นักเรียนแบ่งเป็น 3 – 4 กลุ่ม แล้วให้แต่ละกลุ่มช่วยกันหาค่า และส่งตัวแทนออกมาเขียนคำตอบบนกระดาน โดยครูใช้เวลา 5 นาที เช่น

$$\log_3 4$$

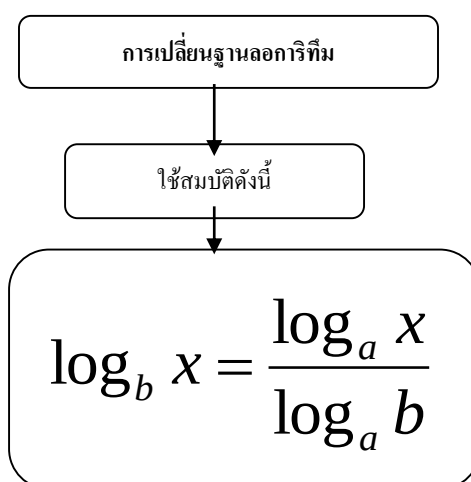
$$\log_4 5$$

$$\ln 0.025$$

หลังจากนั้น ครูเฉลยคำตอบโดยการแนะนำวิธีการหาค่าคำตอบทุกข้อ

4. ให้นักเรียนจับคู่ทำใบกิจกรรม (กิจกรรม ในหนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1) โดยใช้เวลา 20 นาที หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ

5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเรื่องการเปลี่ยนฐานลอการิทึม



ข้อสังเกต ในการหาค่าลอการิทึมโดยใช้การเปลี่ยนฐาน ส่วนใหญ่จะเปลี่ยนให้อยู่ในรูปลอการิทึมสามัญ

7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 5 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้ถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
2ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป
3ด้านคุณลักษณะอัน พึงประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมินด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

แผนที่ 8 เรื่อง สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม

เวลา 1 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 1 ครูผู้สอน นายธีรภัทร์ เข้มทอง โรงเรียนจันทวิถีวิทยาคาร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มฐ. ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มฐ. ค 4.2 ใช้พจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.2 ,ม.6/5 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

มฐ. ค 6.1 , ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 , ม.6/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 , ม.6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

มฐ. ค 6.1 , ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. สาระสำคัญ

1) สมการเอกซ์โพเนนเชียล

2) สมการลอการิทึม

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ (K)

1) นักเรียนสามารถแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึมได้

2) นักเรียนสามารถหาค่า x จากสมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึมได้

4.2 ทักษะ / กระบวนการ (P)

1) ทักษะการทำงานกลุ่ม

2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3) ทักษะการแก้ปัญหา

- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 6) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีระเบียบวินัย
- 3) มีความรอบคอบ
- 4) มีความรับผิดชอบ
- 5) มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5. สาระการเรียนรู้

นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม

6. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวนเรื่องการแก้สมการของจำนวนจริงทั่ว ๆ ไป โดยยกตัวอย่างสมการแล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ เช่น

$$1) \quad 2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

$$2) \quad (x+2)(x-1) = 0$$

$$(x+2) = 0 \quad \text{หรือ} \quad (x-1) = 0$$

$$x = -2 \quad \text{หรือ} \quad x = 1$$

$$3) \quad x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$(x+7) = 0 \quad \text{หรือ} \quad (x-2) = 0$$

$$x = -7 \quad \text{หรือ} \quad x = 2$$

$$4) \quad 3^x = 81$$

$$3^x = 3^4$$

$$x = 4$$

1. ครูยกตัวอย่างสมการเอกซ์โพเนนเชียลที่ไม่สามารถใช้สมบัติ $a^u = a^v$ ได้ เช่น $2^x = 30$ แล้วถามนักเรียนว่า ถ้าต้องการแก้สมการหาค่า x จะทำได้อย่างไร

ครูใช้การถามตอบเพื่ออธิบายวิธีการแก้สมการ โดยอาศัยลอการิทึมมาช่วย และทำให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง

วิธีทำ จาก $2^x = 30$

$$2^x = 3 \times 10$$

$$\log 2^x = \log(3 \times 10) \quad (\text{take log ฐานสิบ ทั้งสองข้าง})$$

$$x \log 2 = \log 3 + \log 10$$

$$x = \frac{\log 3 + 1}{\log 2} \quad (\text{ให้ } \log 3 = 0.4771, \log 2 = 0.3010)$$

$$= \frac{0.4771 + 1}{0.3010}$$

$$= 4.9073$$

2. ครุยักตัวอย่างเพิ่มเติมการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล อีก 2 - 3 ตัวอย่าง เช่น

ตัวอย่าง จงหาค่า x จากสมการ $e^{2x} + 2e^x - 15 = 0$ (กำหนดให้ $\log 3 = 0.4771$, $\log e = 0.4343$)

วิธีทำ จาก

$$e^{2x} + 2e^x - 15 = 0$$

$$(e^x)^2 + 2e^x - 15 = 0$$

$$(e^x + 5)(e^x - 3) = 0$$

ดังนั้น

$$(e^x + 5) = 0 \quad \text{หรือ} \quad (e^x - 3) = 0$$

$$e^x = -5 \quad \text{ไม่มีคำตอบเนื่องจาก } e^x > 0$$

$$e^x = 3$$

$$\log e^x = \log 3$$

$$x \log e = \log 3$$

$$x = \frac{\log 3}{\log e}$$

$$x = \frac{0.4771}{0.4343}$$

$$x = 1.0985$$

3. ครูให้นักเรียนจัดกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ทำใบกิจกรรมที่ 1.8.1 (กิจกรรมที่ 1.8.1 ในหนังสือเรียน คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1 หน้า 58-66) ให้เวลา 30 นาที โดยครูทำให้อูตัวอย่างในส่วนของการแก้ระบบสมการเอกซ์โพเนนเชียล หลังจากนั้นครูเฉลยให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจ

4. ครูให้ความรู้เรื่องการแก้สมการลอการิทึม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ 2 -3 ตัวอย่าง เช่น

สมการที่มีลอการิทึมของตัวแปรเรียกว่า **สมการลอการิทึม** การแก้สมการลอการิทึมอาจทำได้โดยอาศัยสมบัติต่าง ๆ ของลอการิทึม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเซตคำตอบของสมการ $\log_7^{(x+1)} + \log_7^{(x-5)} = 1$

วิธีทำ

$$\log_7^{(x+1)} + \log_7^{(x-5)} = 1$$

$$\log_7^{(x+1)(x-5)} = 1$$

$$(x+1)(x-5) = 7^1$$

$$x^2 - 4x - 5 = 7$$

$$x^2 - 4x - 5 - 7 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6 \text{ หรือ } x = -2$$

ตรวจคำตอบ

$x=6$ ทำให้ $x+1>0$ และ $x-5>0$ ซึ่งทำให้สมการเป็นจริง

$x = -2$ ทำให้ $x+1<0$ ซึ่งทำให้สมการไม่เป็นจริง

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการคือ $\{6\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาเซตคำตอบของสมการ $\log(x+3)-\log(x-2)=2$

วิธีทำ

$$\log(x+3)-\log(x-2)=2$$

$$\log \frac{x+3}{x-2} = 2$$

$$\frac{x+3}{x-2} = 10^2$$

$$\frac{x+3}{x-2} = 100$$

$$x+3=100(x-2)$$

$$x+3=100x-200$$

$$x-100x=-200-3$$

$$-99x=-203$$

$$x = \frac{-203}{-99} = \frac{203}{99}$$

ตรวจคำตอบ

$$x+3 = \frac{203}{99} + 3 > 0$$

$$x-2 = \frac{203}{99} - 2 > 0$$

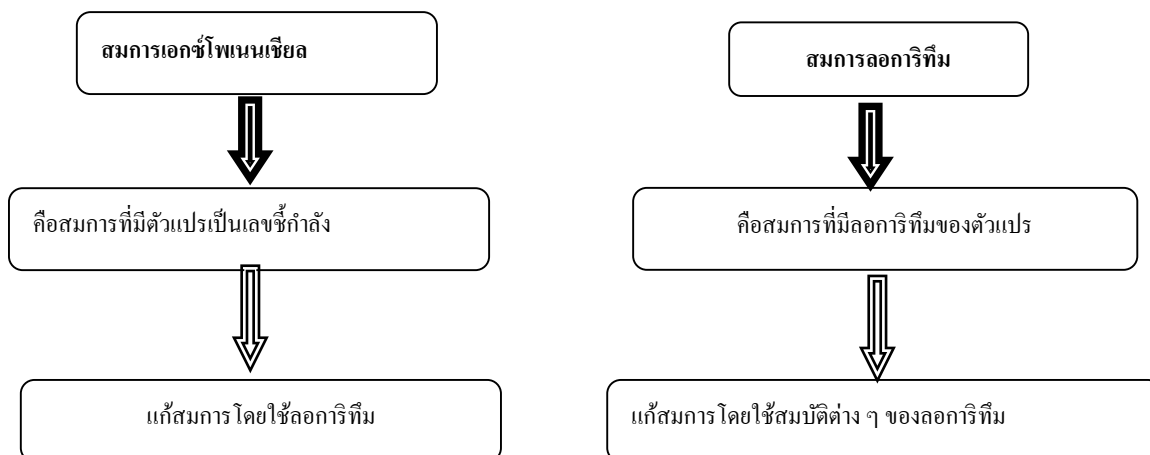
$$\begin{aligned} \log(x+3)-\log(x-2) &= \log\left(\frac{203}{99}+3\right)-\log\left(\frac{203}{99}-2\right) \\ &= \log\left(\frac{203+297}{99}\right)-\log\left(\frac{203-198}{99}\right) \\ &= \log\left(\frac{500}{99}\right)-\log\left(\frac{5}{99}\right) \\ &= \log\left(\frac{500}{99} \times \frac{99}{5}\right) \\ &= \log 100 \\ &= \log 10^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

ซึ่งทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการคือ $\left\{\frac{203}{99}\right\}$

5. ครูให้นักเรียนจัดกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ทำใบกิจกรรม (กิจกรรมในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 1) เป็นการบ้าน

6. ครูให้นักเรียนสรุปความรู้เกี่ยวกับแกสมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึมเป็นแผนผังความคิด ดังนี้



7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 5 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การผ่าน
1ด้านความรู้ (K)	ตรวจแบบฝึกทักษะ	แบบฝึกทักษะท้ายบท	นักเรียนทำได้อถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
2ด้านทักษะ / กระบวนการ (P)	สังเกตพฤติกรรมด้าน ทักษะ / กระบวนการ	แบบประเมินด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป
3ด้านคุณลักษณะอัน พึงประสงค์ (A)	สังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมินด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 60 ขึ้น ไป

9. กิจกรรมเสนอแนะ

-

ภาคผนวก ง
แบบทดสอบ



แบบทดสอบก่อนเรียนเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม
 วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง ข้อสอบฉบับนี้มีจำนวน 20

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดแล้วทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบ

1) ข้อใดเป็นรูปอย่างง่ายของ $\frac{3^2(3^{-1} \cdot x \cdot y)}{(3^2)^4 \cdot x^4 \cdot y^6}$

ก. $\frac{1}{3^7 x^3 y^5}$

ข. $\frac{3^6}{x^3 y^5}$

ค. $\frac{x^5 y^6}{3^7}$

ง.

$\frac{1}{x^3 y^5}$

2) ข้อใดเป็นรูปอย่างง่ายของจำนวน $\sqrt{81x^4}$

ก. $9x$

ข. $27\sqrt{x}$

ค. $9x^2$

ง. $3x^2$

3) ข้อใดเป็นรูปอย่างง่ายของ

$\left(\frac{m^4 n^2}{16m^{-2} n^{-8}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

ก. $\frac{1}{4m^3 n^5}$

ข. $\frac{16}{m^3 n^5}$

ค. $4m^3 n^5$

ง. $\frac{4}{m^3 n^5}$

4) ข้อใดคือรากที่ 4 ของ 81

ก. 1

ข. 3

ค. 9

ง. 27

5) ข้อใดคือค่าของ $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{4}{3}}$

ก. $\frac{8}{27}$

ข. $\frac{27}{8}$

ค. $\frac{16}{81}$

ง. $\frac{81}{16}$

6) ข้อใดคือเซตคำตอบของสมการ

$x = \sqrt{5x - 6}$

ก. -2, 3

ข. 2, 3

ค. -2, -3

ง. 2, -3

7) ข้อใดคือเซตคำตอบของสมการ

$5^4 = 5^{3x-2}$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

8) ข้อใดคือผลสำเร็จของ $(4 + 3\sqrt{5}) \div (4 - 3\sqrt{5})$ ก. $\frac{61+24\sqrt{5}}{-29}$ ข. $\frac{61-24\sqrt{5}}{-29}$ ค. $\frac{61+24\sqrt{5}}{29}$ ง. $\frac{61-24\sqrt{5}}{29}$ 9) ข้อใดคือค่า x ที่ทำให้ $\log_3(x-1) = -2$ เป็นจริง ก. $\frac{1}{9}$ ข. $\frac{10}{9}$ ค. 9 ง. 10 10) ข้อใดคือคำตอบของสมการ $\log_5(x-1) - \log_5(x+3) = \log_5 2$ ก. 2 ข. $\frac{1}{5}$ ค. -7 ง. 7 11) จงหาเซตคำตอบของสมการ $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = 64$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. {1} ข. {3} ค. {9} ง. ไม่มีข้อถูก 12) จงหาค่าของ $-x$ จากสมการ $4^x \cdot 2 = \sqrt[3]{8^{-x^2}}$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. 1 ข. 2 ค. -1 ง. ไม่มีคำตอบ 13) กำหนดให้ $\log(3x+5) = \log(x-1) + 1$ ค่าของ x คือ ข้อใด	14) จงหาเซตคำตอบของ $\sqrt{x+7} = \sqrt{3x+1}$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. {1} ข. {3} ค. {9} ง. {27} 15) จงหาเซตคำตอบของ $\sqrt{x+7} = x-5$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. {1} ข. {3} ค. {9} ง. {27} 16) จงหาเซตคำตอบของ $\sqrt{x} - 27 = 0$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. {1} ข. {3} ค. หาค่าไม่ได้ ง. ไม่มีข้อถูก 17) จงหาค่าของ $\log_6 3 + \log_6 24 - \log_6 2$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4 18) ถ้า $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-y} = 81$ และ $2^x = \frac{1}{2}$ แล้ว y มีค่าเท่าไร ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4 19) จงหาค่าของ x จากสมการ $\log_x 49 = 2$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. 7 ข. 8 ค. 9 ง. ไม่มีข้อถูก 20) กำหนดให้ $\log_6 5 = 0.8982$ จงหาค่าของ $\log_{36} 5$ มีค่าตรงกับข้อใด ก. 0.4491 ข. 0.4410 ค. 0.4591 ง. 0.4419
--	--

ก. 1	ข. 2	
ค. 3	ง. 4	

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ก | 2. ค | 3. ง | 4. ข | 5. ง |
| 6. ก | 7. ข | 8. ค | 9. ข | 10. ค |
| 11. ง | 12. ข | 13. ง | 14. ง | 15. ค |
| 16. ข | 17. ค | 18. ก | 19. ง | 20. ค |

- 8) ข้อใดคือผลสำเร็จของ
 $(4 + 3\sqrt{5}) \div (4 - 3\sqrt{5})$
 ก. $\frac{61+24\sqrt{5}}{-29}$ ข. $\frac{61-24\sqrt{5}}{-29}$
 ค. $\frac{61+24\sqrt{5}}{29}$ ง. $\frac{61-24\sqrt{5}}{29}$
- 9) ข้อใดคือค่า x ที่ทำให้ $\log_3(x-1) = -2$
 เป็นจริง
 ก. $\frac{1}{9}$ ข. $\frac{10}{9}$
 ค. 9 ง. 10
- 10) ข้อใดคือคำตอบของสมการ
 $\log_5(x-1) - \log_5(x+3) = \log_5 2$
 ก. 2 ข. $\frac{1}{5}$
 ค. -7 ง. 7
- 11) จงหาเซตคำตอบของสมการ $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = 64$
 มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. {1} ข. {3}
 ค. {9} ง. ไม่มีข้อถูก
- 12) จงหาค่าของ $-x$ จากสมการ $4^x \cdot 2 = \sqrt[3]{8^{-x^2}}$
 มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. 1 ข. 2
 ค. -1 ง. ไม่มีคำตอบ
- 13) กำหนดให้ $\log(3x+5) = \log(x-1) + 1$
 ค่าของ x คือ ข้อใด
- 14) จงหาเซตคำตอบของ $\sqrt{x+7} = \sqrt{3x+1}$
 มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. {1} ข. {3}
 ค. {9} ง. {27}
- 15) จงหาเซตคำตอบของ $\sqrt{x+7} = x-5$
 มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. {1} ข. {3}
 ค. {9} ง. {27}
- 16) จงหาเซตคำตอบของ $\sqrt{x} - 27 = 0$
 มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. {1} ข. {3}
 ค. หาค่าไม่ได้ ง. ไม่มีข้อถูก
- 17) จงหาค่าของ $\log_6 3 + \log_6 24 - \log_6 2$
 มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. 1 ข. 2
 ค. 3 ง. 4
- 18) ถ้า $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-y} = 81$ และ $2^x = \frac{1}{2}$ แล้ว y
 มีค่าเท่าไร
 ก. 1 ข. 2
 ค. 3 ง. 4
- 19) จงหาค่าของ x จากสมการ
 $\log_x 49 = 2$ มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. 7 ข. 8
 ค. 9 ง. ไม่มีข้อถูก
- 20) กำหนดให้ $\log_6 5 = 0.8982$ จงหาค่าของ
 $\log_{36} 5$ มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. 0.4491 ข. 0.4410
 ค. 0.4591 ง. 0.4419

ก. 1	ข. 2	
ค. 3	ง. 4	

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ก | 2. ค | 3. ง | 4. ข | 5. ง |
| 6. ก | 7. ข | 8. ค | 9. ข | 10. ค |
| 11. ง | 12. ข | 13. ง | 14. ง | 15. ค |
| 16. ข | 17. ค | 18. ก | 19. ง | 20. ค |

ภาคผนวก จ
ชุดแบบฝึกทักษะ

ชุดแบบฝึกทักษะที่ 1

เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

มัธยมศึกษาชั้นปีที่ 5

1. จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

(5 คะแนน)

1.1 $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$

1.2 $\sqrt{8x^2}$

2. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

(5 คะแนน)

2.1 $(2\sqrt{7} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7})$

ชุดแบบฝึกทักษะที่ 1

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

มัธยมศึกษาชั้นปีที่ 5

จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก (10 คะแนน)

$$1. \left(\frac{x}{y}\right)^3 \left(\frac{y^2x}{z}\right)^4$$

วิธีทำ

$$2. (12x^2y^4)\left(\frac{1}{2}x^5y\right)^2$$

วิธีทำ

$$3. (e)^2 \left(\frac{xyz}{e^{-1}}\right)^{-2}$$

วิธีทำ

4. $\sqrt[3]{\left(\frac{x^{-1}yz^{-2}}{y^{-5}zx^{-8}}\right)^{-1}}$
 วิธีทำ

5. $\frac{4x^{-2} - 4x^{-1} + 1}{2x^{-2} - x^{-1}}$
 วิธีทำ

ชุดแบบฝึกทักษะที่ 1
เรื่อง การเปลี่ยนฐานลอการิทึม

จงหาค่าของลอการิทึมฐานธรรมชาติ

1. $\ln 54$	2. $\ln 0.54$
3. $\ln 72.1$	4. $\ln 0.0721$
5. $\ln 45,678$	6. $\ln 0.00342$

--	--

ภาคผนวก ฉ
ภาพกิจกรรมการเรียนรู้

แผนภาพกิจกรรมการเรียนรู้

ภาพที่ 2 ภาพกิจกรรมการฝึกทักษะการคูณ







